

Семинары 3 – 4

Задание 1. Сл. в. X равномерно распределена на отрезке $[1; 6]$.

1. Запишите функцию плотности распределения в точке x .
2. Найдите следующую функцию распределения: $F(5)$
3. Найдите $P(2 \leq X \leq 4)$
4. Найдите математическое ожидание сл.в. X
5. Найдите вариацию сл.в. X
6. Найдите квантиль сл.в. X уровня 0.4.

Задание 2. Средняя продолжительность действия обезболивающего препарата составляет 4 часа. Предполагая, что случайная величина X – продолжительность действия данного обезболивающего препарата – имеет экспоненциальное распределение, найдите

1. вероятность того, что продолжительность действия обезболивающего составит не более 3 часов
2. вероятность того, что продолжительность действия обезболивающего будет более 2 часов, но не превысит 8 часов
3. значение функции надежности $G(X = 5)$
4. значение квантили уровня 0.6 для сл. в. X – продолжительность действия обезболивающего

Задание 3. Решите следующую задачу, в частности, с помощью R.

Средняя продолжительность существования однопартийных авторитарных режимов равна 24 годам. Предполагая, что время до наступления нового государственного переворота подчиняется экспоненциальному распределению,

1. найдите значение функции распределения $F(31)$
2. рассчитайте вероятность того, что новый однопартийный авторитарный режим просуществует менее 26 лет
3. рассчитайте вероятность того, что новый однопартийный авторитарный режим просуществует от 24 до 36 лет

4. найдите вероятность того, что однопартийный авторитарный режим просуществует более 26 лет
5. для случайной величины X – время до наступления нового государственного переворота – найдите значения верхней и нижней квартилей

Задание 4. Оцените параметр a методом максимального правдоподобия при условии, что дана выборка $X_1 = 0, X_2 = 2$.

X_i	-1	0	2
p_i	a	$2a - 0.2$	$-3a + 1.2$

Задание 5. Дана выборка из биномиального распределения с параметрами $n = 10, p = 0.8$, состоящая из следующих наблюдений: 5, 7, 9.

1. Чему равно правдоподобие этой выборки? Какова вероятность получить эту выборку?
2. Получите посредством метода максимального правдоподобия оценку параметра p – вероятности успеха.

Задание 6. Рассмотрим случайную величину, равную числу посещений официального Интернет-сайта Президента России в течение часа воскресного дня, когда Президент отдыхает дома и не дает никаких интервью. В этот день отдыхает и его пресс-секретарь. Другие видные политические деятели, способные неожиданно вызвать интерес общественности к фигуре Президента, тоже проводят время в кругу своей семьи. Нам удалось зафиксировать значение такой с.в. для периода с 14.00 до 15.00, а также для периода с 15.00 до 16.00. В первый период с.в. приняла значение 6, во второй – значение 8.

1. Каким распределением можно описать поведение рассматриваемой с.в.? Объясните свой ответ, прокомментировав разумность тех предположений, которые Вы делаете, выбирая распределение вероятностей.
2. Выведите в общем виде оценку математического ожидания сл.в. «число посещений официального Интернет-сайта Президента России в течение часа воскресного дня» методом максимального правдоподобия, используя предложенное Вами распределение. Чему равна данная оценка с учетом указанной в задании выборки?

Бонусные задания

Задание 7. Функция плотности имеет следующий вид:

$$f(x) = \begin{cases} cx^3, & \text{если } X \in [0; 2] \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найдите

1. значение константы (c)
2. EX
3. $VarX$

Задание 8. Функция плотности сл.в. Y имеет следующий вид:

$$p(y) = \begin{cases} y, & \text{если } y \in [0; 1] \\ 1, & \text{если } y \in (1; 1.5] \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

1. запишите в общем виде функцию распределения сл. в. Y
2. найдите значение функции распределения $F(3)$
3. найдите $P(0.7 \leq Y \leq 1.1)$

Задание 9. Функция плотности сл.в. Y имеет следующий вид:

$$p(y) = \begin{cases} a \times \sin(y), & \text{если } y \in [0; \pi] \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найдите

1. найдите значение константы a
2. запишите в общем виде функцию распределения сл. в. Y
3. найдите вероятность того, что сл. в. Y не превышает $\frac{\pi}{6}$
4. найдите EY